

## PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA II

### SETTORE SCIENTIFICO

MAT/05

### CFU

9

### OBIETTIVI FORMATIVI PER IL RAGGIUNGIMENTO DEI RISULTATI DI APPRENDIMENTO PREVISTI NELLA SCHEDA SUA

Per ciascun CFU si prevedono almeno 6 ore di didattica erogativa ed almeno 1 ora di didattica interattiva. Le ore di didattica interattiva sono volte ad incentivare il coinvolgimento degli studenti in modo diretto e partecipativo. In particolare, si utilizzeranno gli strumenti presenti sulla piattaforma di e-learning dell'Università (i.e. Chat, Forum) al fine di coinvolgere in modo efficace gli studenti in esercitazioni specifiche su successioni e serie di funzioni, funzioni di più variabili, ODE, curve, forme differenziali, integrali multipli, integrali di superficie.

### CONTENUTI

Successioni e serie di funzioni: Successione di funzioni convergenti, convergenza puntuale, convergenza uniforme. Teoremi di continuità del limite. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata. Serie di funzioni convergenti, convergenza puntuale, convergenza uniforme, convergenza totale. Serie di potenze e calcolo del raggio di convergenza. Serie di MacLaurin e cenni alle serie di Fourier.

Funzioni di più variabili: elementi di topologia dello spazio euclideo di dimensione superiore, Funzioni reale di più variabili. Continuità per una funzione di più variabili. Derivate parziali e vettore gradiente. Derivate direzionali. Differenziabilità. Derivate parziali successive e matrice Hessiana. Massimi e minimi relativi ed assoluti per una funzione di più variabili e loro determinazione attraverso lo studio del determinante Hessiano. Funzioni vettoriali, campi vettoriali.

Equazioni differenziali ordinarie (ODE): Problema di Cauchy per equazioni differenziali. Teorema di esistenza e unicità globale, teorema di esistenza e unicità locale. Integrali generali; integrali particolari. Equazioni lineari: equazioni differenziali lineari del primo e del secondo ordine. Equazioni lineari del secondo ordine a coefficienti costanti. Il metodo di Lagrange. Equazioni a variabili separabili.

Curve e integrale curvilineo: Curve regolari e generalmente regolari; retta tangente. Lunghezza di un arco di curva; teorema di rettificabilità delle curve regolari; ascissa curvilinea. Integrale curvilineo di una funzione.

Forme differenziali: Forme differenziali lineari e relativo integrale curvilineo. Forme differenziali esatte. Integrale curvilineo di una forma differenziali esatta. Il criterio di integrabilità. Forme differenziali chiuse. Il criterio di

integrabilità delle forme differenziali. Forme chiuse in aperti semplicemente connessi.

Integrali multipli: Integrali doppi su domini normali del piano; integrabilità delle funzioni continue. Formule di riduzione nel piano. Cambiamento di variabili. Formule di Gauss-Green e conseguenze. Integrali tripli su domini normali dello spazio e relative formule di riduzione e di cambiamento di variabile. Uso degli integrali multipli per il calcolo di volumi.

Superfici ed integrali di superficie: Superfici regolari, piano tangente e versore normale ad una superficie. Parametrizzazione di una superficie. Area di una superficie. Applicazioni alla Fisica: calcolo del flusso di un campo vettoriale attraverso una superficie.

## **OBIETTIVI**

Lo studente dovrà acquisire le conoscenze che fondano il Calcolo Differenziale ed Integrale per funzioni di più variabili. Si richiede la comprensione delle definizioni e dei teoremi fondamentali dell'Analisi per funzioni di più variabili, comprendendo le eventuali analogie o differenze con omologhe proprietà delle funzioni di una sola variabile. In particolare, lo studente dovrà avere dimestichezza dei concetti di limite, continuità, differenziabilità e derivabilità parziale per una funzione di più variabili, padroneggiare lo strumento fornito dagli integrali multipli o su curve e superfici, e acquisire gli strumenti di risoluzione delle equazioni differenziali ordinarie notevoli (quali ad esempio le lineari con coefficienti costanti). Lo studente dovrà acquisire un insieme di competenze che gli consentano di risolvere problemi di massimizzazione o minimizzazione anche vincolata, calcolare volumi ed aree di enti geometrici in due o tre dimensioni, determinare la soluzione di una equazione differenziale e discuterne l'andamento qualitativo. L'acquisizione di queste competenze dovrà costituire uno strumento orientato alle applicazioni alla Fisica (quali lo studio dei campi vettoriali in dimensione due o tre) che costituiscono il punto di partenza dei successivi corsi di natura applicativa.

## **ATTIVITÀ DI DIDATTICA INTERATTIVA (DI)**

- 1 ora AREA FAQ
- 2 ore WEB-FORUM
- 6 ore ESERCIZI.
- 2 ore PROVE IN ITINERE CON FEEDBACK
- 1 ora SIMULAZIONE nel laboratorio virtualizzato di matematica

## **LIBRO DI RIFERIMENTO**

Dispense a cura del docente.

[1] Nicola Fusco, Paolo Marcellini, Carlo Sbordone; Elementi di Analisi Matematica due. ed.: 2001 ISBN: 9788820731373

[2] Sandro Salsa, Annamaria Squellati, Esercizi di Analisi matematica 2011 - volume 1 ISBN: 9788808218940

[3] Sandro Salsa, Annamaria Squellati, Esercizi di Analisi matematica 2011 - volume 2 ISBN: 9788808218964

Online: [http://calvino.polito.it/~lucipan/materiale\\_html/Analisi-2-PANDOLFI.pdf](http://calvino.polito.it/~lucipan/materiale_html/Analisi-2-PANDOLFI.pdf)

## VERIFICA DEGLI APPRENDIMENTI

La verifica degli apprendimenti avverrà attraverso un insieme di valutazioni intermedie ed un questionario (Prova scritta) finale. La verifica intermedia sarà incentrata sulla valutazione della capacità dell'allievo di contribuire attivamente al lavoro in piattaforma, attraverso interventi fondati, coerenti e originali nelle attività collaborative e interattive on-line. Saranno inoltre valutate abilità e competenze dell'allievo attraverso esercizi su argomenti specifici del corso, che saranno realizzati in piattaforma. Infine la verifica delle conoscenze teoriche acquisite dallo studente avverrà attraverso la somministrazione di un questionario durante un esame che si svolgerà in una sede Mercatorum alla presenza di una commissione d'esame.

Il voto finale d'esame sarà calcolato attraverso il seguente schema:

### **Partecipazione al corso:**

Frequenza, intensità e qualità delle interazioni tra il corsista e il docente e tra il corsista e i suoi colleghi in piattaforma.

### **Prova pratica:**

Lo studente dovrà svolgere un esercizio per ogni specifico argomento trattato nel corso, che sarà valutato secondo una rubrica condivisa durante l'avvio delle lezioni.

### **Questionario finale:**

Lo studente dovrà rispondere ad un questionario a risposta multipla di 30 domande con 4 opzioni ciascuna sugli argomenti trattati nel corso.

## DESCRIZIONE

### VIDEOLEZIONI

#### RIPASSO DI ANALISI MATEMATICA I

##### 1 - DERIVATA DI UNA FUNZIONE

##### 2 - APPLICAZIONE DELLE DERIVATE ALLO STUDIO DI FUNZIONE

##### 3 - ESEMPI ED ESERCIZI SULLE DERIVATE

##### 4 - STUDIO DEL GRAFICO DI UNA FUNZIONE

#### ESERCITAZIONI DI ANALISI MATEMATICA I

##### 1 - MONOTONIA E DETERMINAZIONE DI EVENTUALI PUNTI DI MINIMO E MASSIMO: APPLICAZIONI DELLE DERIVATE ALLO STUDIO DI UNA FUNZIONE

##### 2 - MONOTONIA E DETERMINAZIONE DI EVENTUALI PUNTI DI MINIMO E MASSIMO: EQUAZIONE DELLA RETTA TANGENTE AD UNA CURVA

##### 3 - STUDIO DI UNA FUNZIONE RAZIONALE FRATTA

#### APPROFONDIMENTI DI GEOMETRIA

- 1 - INTRODUZIONE ALLE MATRICI
- 2 - DETERMINANTE DI UNA MATRICE
- 3 - RANGO DI UNA MATRICE
- 4 - SISTEMI LINEARI
- 5 - INTRODUZIONE AGLI SPAZI VETTORIALI
- 6 - DIMENSIONE DI UNO SPAZIO VETTORIALE
- 7 - SISTEMI DI COORDINATE
- 8 - LO SPAZIO VETTORIALE EUCLIDEO REALE
- 9 - ESERCITAZIONE SUGLI SPAZI VETTORIALE E SUI SISTEMI LINEARI
- 10 - LE APPLICAZIONI LINEARI
- 11 - ESERCITAZIONE SULLE APPLICAZIONI LINEARI
- 12 - ESERCITAZIONE DI GEOMETRIA ANALITICA NEL PIANO
- 13 - LE CONICHE
- 14 - INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA ANALITICA NEL PIANO
- 15 - ESERCITAZIONE DI GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO
- 16 - INTRODUZIONE ALLA GEOMETRIA ANALITICA NELLO SPAZIO

## ANALISI MATEMATICA II

- 1 - INTEGRALI DEFINITI
- 2 - INTEGRALI INDEFINITI
- 3 - APPLICAZIONE DEGLI INTEGRALI
- 4 - ESERCITAZIONE SUGLI INTEGRALI
- 5 - LA FORMULA DI TAYLOR
- 6 - SERIE NUMERICHE
- 7 - LE FUNZIONI A PIÙ VARIABILI
- 8 - EQUAZIONI DIFFERENZIALI DEL PRIMO ORDINE
- 9 - EQUAZIONI DIFFERENZIALI DI ORDINE SUPERIORE
- 10 - CURVE E INTEGRALI CURVILINEI
- 11 - FORME DIFFERENZIALI LINEARI
- 12 - INTEGRALI MULTIPLI
- 13 - SUPERFICI E INTEGRALI DI SUPERFICI

## 14 - ESERCITAZIONI SUGLI INTEGRALI

### ESERCITAZIONI DI ANALISI MATEMATICA II

#### 1 - INTEGRAZIONE PER PARTI

#### 2 - INTEGRAZIONE PER PARTI APPLICATO AL CALCOLO DI UN INTEGRALE NON IMMEDIATO

#### 3 - INTEGRAZIONE DELLE FUNZIONI RAZIONALI FRATTE

#### 4 - INTEGRALE DI UNA FUNZIONE RAZIONALI FRATTA CON DENOMINATORE DI SECONDO GRADO: CASO DELTA POSITIVO